11- Пм - 1

Олимпиадная работа
по математике
ученика 11 класса
МКОУ „СОШ №1" г.п. Залукокоаже.
Бженикова Амерби Валерьевича

Учитель: Лакушева Бэла Имамовна.

11-Пм-1

Всероссийская олимпиада школьников. Математика. 2020–2021 уч. г.
Муниципальный этап. 11 класс.

29б.

## Математика, 11 класс

1. Учитель написал на доске двузначное число. Каждый из троих ребят сказал по два утверждения.

- Андрей: «это число заканчивается на цифру 6» и «это число делится на 7».
- Боря: «это число больше 26» и «это число заканчивается на цифру 8».
- Саша: «это число делится на 13» и «это число меньше 27».

Известно, что каждый из мальчиков один раз сказал правду и один раз ошибся. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.

Ответ: Найдем число, подходящее под условие задачи. => Это число 91. Оно делится на 7, больше 26 делится на 13. Все мальчики допустили по одной ошибке. Но число 91 не единственно верное. => Так, можно сделать вывод, что 182 тоже подходит под условия задачи. => => Арифметическая прогрессия, где $d = 91$. => То есть, что каждый раз, когда к числу 91, 182... мы будем прибавлять число 91, и оно будет соответствовать условию.

Ответ: бесконечно возможные варианты

2. У Веры есть набор различных по массе гирь, каждая из которых весит целое число грамм. Известно, что самая лёгкая гиря набора весит в 71 раз меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Также известно, что две самые лёгкие гири набора вместе весят в 34 раза меньше, чем все остальные гири вместе взятые. Какое наименьшее число грамм может весить самая лёгкая гиря? У Допустим, что $x_1$ и $x_2$ – самые легкие гири в наборе, тогда

Ответ: $x_1 = \frac{x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{71 \text{ раз}}$ => $x_1 + x_2 = \frac{x_3 + x_4 + x_5}{34}$ => Придадим значение ~~ф~~ гире $x_1$.
$x_1 = 1$г, тогда все остальные гири будут весить 71г. => $x_2 + 1 = \frac{71 - (x_2+1)}{34}$ $\neq$

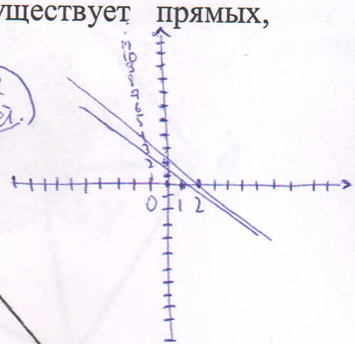
Наименьший вес гири 1г

3. На координатной плоскости отметили все точки $(x, y)$ такие, что $x$ и $y$ — целые числа, удовлетворяющие неравенствам $0 \le x \le 2$ и $0 \le y \le 26$. Сколько существует прямых, проходящих ровно через 3 отмеченные точки?

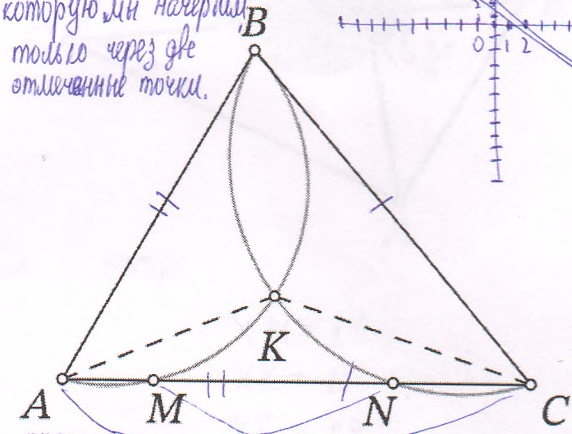
Ответ: отметим на координатной прямой точки (существуеты только одна прямая, проходящая ч)

Такой прямой не существует.

Такой прямой не существует. Любая прямая, которую мы начертим будет проходить только через две отмеченные точки.
Можно это увидеть и в формуле прямой $kx+b$




4. На стороне $AC$ треугольника $ABC$ отмечены точки $M$ и $N$ ($M$ лежит на отрезке $AN$). Известно, что $AB=AN$, $BC=MC$. Описанные окружности треугольников $ABM$ и $CBN$ пересекаются в точках $B$ и $K$. Сколько градусов составляет угол $AKC$, если $\angle ABC = 68^\circ$?




Ответ: (Раз $AB = AN$, то мы можем провести прямую $BN$ и получить равнобедренный треугольник $ABN$.)

5. В шахматном турнире соревнуются друг с другом команда школьников и команда студентов, в каждой из которых по 15 человек. В течение турнира каждый школьник должен сыграть с каждым студентом ровно один раз, причём каждый день каждый человек должен играть не более одного раза.

В некоторый момент турнира организатор заметил, что может составить расписание на следующий день из 15 игр ровно 1 способом, а из 1 игры — $N$ способами (порядок игр в расписании не важен, важно лишь кто с кем играет). Найдите наибольшее возможное значение $N$. Допустим, что на турнире участники выбирают соперников, вытаскивая их бумажку с их именами. Так, $x_2$ выбрал $y_6$ в качестве соперника. На следующий день $x_2$ снова выбирает

Ответ: соперника, но уже в списке $y_6$ нет. Ему попался $y_3$. На третий день турнира в списках не было $y_3$ и $y_6$. => $N = 14$

Если каждый будет выбирать индивидуально, то $N = 14 \times 14 = 256$.

6. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $\angle C = 57^\circ$, $\sin\angle A + \sin\angle B = \sqrt{2}$ и $\cos\angle A + \cos\angle B = 2 - \sqrt{2}$. Сколько градусов составляет угол $D$?

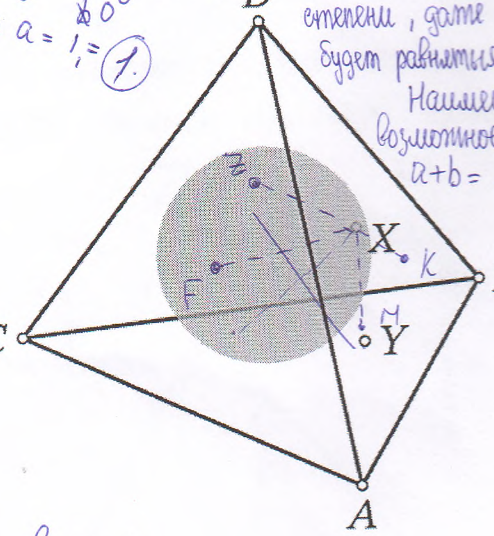
Ответ:

7. Натуральные числа $a$ и $b$ таковы, что $a^a$ делится на $b^b$, однако $a$ не делится на $b$. Найдите наименьшее возможное значение числа $a + b$, если известно, что число $b$ взаимно просто с 210.

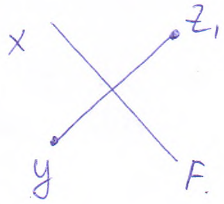
Ответ: Допустим, что $a^a = R$; тогда $b = 0$ => если $a = R$, а $b = 0$, то $(\frac{6}{0}, m)$ а не будет делиться на ноль, но если в выражение примет вид $\frac{a^a}{0^0}$, тогда уже $0^0 = 1$. => $\frac{a^a}{0^0} = a^a$. => выражение $a+b$, при $a = 1$, $= 1$.

Любое число в нулевой степени, даже сам ноль, будет равняться 1.
Наименьшее возможное ~~решение~~ значение $a+b = 1$.

8. Внутри тетраэдра $ABCD$ даны точки $X$ и $Y$. Расстояния от точки $X$ до граней $ABC$, $ABD$, $ACD$, $BCD$ равны 14, 11, 29, 8 соответственно. А расстояния от точки $Y$ до граней $ABC$, $ABD$, $ACD$, $BCD$ равны 15, 13, 25, 11 соответственно. Найдите радиус вписанной сферы тетраэдра $ABCD$.




Ответ: Прямая $yZ_1$ и $XF$ пересекаются в центре сферы.




$XF = 29$
$yZ_1 = 11$.

$XM = 14$
$XK = 11$
$XF = 29$
$XZ = 8$.

$yM_1 = 15$
$yk_1 = 13$
$yF_1 = 25$
$yZ_1 = 11$.